

假设检验

一、作业 (提交时间: Dec. 16, 2025)

1. [218-2] 设总体 X 服从正态分布 $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, (X_1, X_2, \dots, X_n) 是取自总体的一个样本, 经观测得样本观测值为 10, 30, 40, 48, 49, 50, 51, 52, 70, 90. 对于检验问题 $H_0: \mu = 52$ vs $H_1: \mu > 52$. 显著性水平 $\alpha = 0.05$, 分别在下列两种情况下检验是否能拒绝原假设 H_0 :

(1) 已知 $\sigma^2 = 100$.

(2) $\sigma^2 > 0$ 未知.

2.[b335-3] 设 x_1, x_2, \dots, x_{16} 是来自正态总体 $N(\mu, 4)$ 的样本, 考虑检验问题 $H_0: \mu = 6$ vs $H_1: \mu \neq 6$, 拒绝域取为 $W = \{|\bar{x} - 6| \geq c\}$, 试求 c 使得检验的显著性水平为 0.05, 并求该检验在 $\mu = 6.5$ 处犯第二类错误的概率.

3.[b354-18] 一工厂的两个化验室每天同时从工厂的冷却水取样, 测量水中的含气量 (10^{-6}) 一次, 下面是 7 天的记录:

室甲: 1.15 1.86 0.75 1.82 1.14 1.65 1.90

室乙: 1.00 1.90 0.90 1.80 1.20 1.70 1.95

问两化验室测定结果之间有无显著差异 ($\alpha = 0.01$)?

4.[b355-21] 已知维尼纶纤度在正常条件下服从正态分布, 且标准差为 0.048. 从某天产品中抽取 5 根纤维, 测得其纤度为

1.32 1.55 1.36 1.40 1.44,

问这一天纤度的总体标准差是否正常 (取 $\alpha = 0.05$) ?

5.[b360-30] 设 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$, $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$. 从总体 X 与总体 Y 各取容量分别为 7 和 5 的样本, 具体如下:

X : 81 165 97 134 92 87 14

Y : 102 86 98 109 92

设两样本独立, 取 $\alpha = 0.05$, (本题未超纲)

(1) 检验假设 $H_0: \sigma_1^2 = 10\sigma_2^2$ vs $H_1: \sigma_1^2 \neq 10\sigma_2^2$; (此处的倍数 10 是由工程师根据实际情况提出的.)

(2) 利用 (1) 的结果, 检验 $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 10$ vs $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 10$.

二、补充练习

1.[223-2] 设某次概率统计的期末考试学生的成绩服从分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 从中随机抽取 36 位考生的成绩, 算出 $\bar{x} = 66.5$ (分), $s = 15$ (分), 问在显著水平 $\alpha = 0.05$ 下可否认为考生的平均成绩 $\mu = 70$?

2.[218-2] 设总体 X 服从正态分布 $\mathcal{N}(\mu, 1)$, 其中 μ 为未知参数, (X_1, X_2, \dots, X_n) 是取自总体的一个样本, 对于检验问题 $H_0: \mu = 0$ vs $H_1: \mu > 0$. 求在显著性水平 $\alpha = 0.1$ 时的拒绝域.

3.[218-3] 在正态分布 $\mathcal{N}(\mu, 1)$ 中抽取了 100 个样本, 计算得样本均值为 $\bar{x} = 5.2$.

(1) 检验问题 $H_0: \mu = 5$ vs $H_1: \mu < 5$. (显著性水平 $\alpha = 0.01$)

(2) 计算上述检验在 $\mu = 4.8$ 时犯第二类错误得概率.

4.[219-5] 设某次考试的成绩服从正态分布 $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, 从中随机抽取 36 位考生的成绩. 算出样本均值和样本标准差为 $\bar{x} = 66.5, s = 15$, 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下分别检验:

(1) $H_0: \mu = 70$ vs $H_1: \mu \neq 70$.

(2) $H_0: \sigma = 18$ vs $H_1: \sigma \neq 18$.

5.[219-4] 某灯泡厂对某批灯泡的使用寿命进行抽样测定, 假定灯泡的使用寿命服从正态分布, 现共抽取了 81 个灯泡, 其平均使用寿命为 2990 小时, 标准差为 54 小时. 假定该灯泡厂商声称其生产的灯泡平均使用寿命至少为 3000 小时. 试检验该厂商的声称是否合理 (显著性水平 $\alpha = 0.05$).

6.[b352-16] 对冷却到 -0.72°C 的样品用 A, B 两种测量方法测量其熔化到 0°C 时的潜热, 数据如下:

方法 A: 79.98 80.04 80.02 80.04 80.03 80.03 80.04 79.97

80.05 80.03 80.02 80.00 80.02

方法 B: 80.02 79.94 79.98 79.97 80.03 79.95 79.97 79.97

假设它们服从正态分布，方差相等，试检验：两种测量方法的平均性能是否相等（取 $\alpha = 0.05$ ）？

7.[221-9] 设随机变量 X 与 Y 相互独立且都服从正态分布, $X \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$, $Y \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$, $\mu_1, \sigma_1^2, \mu_2, \sigma_2^2$ 未知, 从总体 X 与 Y 中抽取容量为 $n_1 = 16$, $n_2 = 10$ 的样本, 经计算后有 $\sum_{i=1}^{16} x_i = 84$, $\sum_{i=1}^{10} y_i = 18$, $\sum_{i=1}^{16} x_i^2 = 563$, $\sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 72$. 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下检验 $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ vs $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$.

8.[221-8] 某研究所为了研究某种化肥对农作物的效力, 在若干小区进行试验, 得到单位面积农作物的产量为:

施肥	34	35	39	32	33	34
未施肥	29	27	32	33	28	31

设施肥和未施肥时单位面积农作物的产量分别服从正态分布 $\mathcal{N}(\mu_1, \sigma^2)$, $\mathcal{N}(\mu_2, \sigma^2)$, 试在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下检验化肥对农作物是否有效力.

9.[222-1] 某农场 10 年前在鱼塘按比例 20:15:40:25 投放了 4 种鱼: 鲑鱼、鲈鱼、多宝鱼和鲢鱼的鱼苗, 现在鱼塘里获得样本数据如下, 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下检验各类鱼的数量比例较 10 年前有无显著改变.

种类	鲑鱼	鲈鱼	多宝鱼	鲢鱼
数量 (条)	132	100	200	168

10.[222-3] 为了确定维修工人的人数, 某小区物业要了解一天内接收到的维修次数, 该小区共有住户 1000 户, 假设每户至多一天维修一次, 现随机抽取 50 天的维修次数记录 (单位: 次) 如下表, 试求在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下能否认为维修次数服从二项分布?

1	2	2	2	2	1	1	0	1	0
2	0	2	4	1	5	5	3	4	3
2	5	3	5	3	0	2	5	0	1
1	1	2	3	3	4	3	2	3	3
4	1	1	2	0	2	2	1	2	3

11.[b378-14] 某单位调查了 520 名中年以上的脑力劳动者, 其中 136 人有高血压史, 另外 384 人则无。在有高血压史的 136 人中, 经诊断冠心病及可疑者的有 48 人, 在无高血压史的 384 人中, 经诊断为冠心病及可疑者的有 36 人。从这个资料, 对高血压与冠心病有无关系作检验, 取 $\alpha = 0.01$.

12.[b375-9] 在一批灯泡中抽取 300 只作寿命试验, 其结果如下:

寿命 /h	< 100	[100, 200)	[200, 300)	≥ 300
灯泡数	121	78	43	58

在显著性水平 0.05 下能否认为灯泡寿命服从指数分布 $Exp(0.005)$?